Редакция от 1 янв 2019

Как подготовить выпускников к ЕГЭ по математике

Тимофей Кузнецов, учитель математики ГБОУ «Школа № 354 им. Д.М. Карбышева», Москва

В рекомендации читайте, какие задания ЕГЭ по математике вызвали наибольшие затруднения у выпускников в 2018 году и какие навыки проверить у школьников, чтобы подготовить их к экзамену.

Какие задания на ЕГЭ стали самыми сложными для выпускников

В ЕГЭ по математике обязательно входят задания по планиметрии и стереометрии. Они самые сложные на ЕГЭ. Планиметрические задачи – это задания 8 и 15 базового уровня, задания 6 и 16 профильного уровня. Стереометрические задачи – задания 13 и 16 базового уровня, задания 8 и 14 профильного уровня.

Есть три причины ошибок в заданиях по планиметрии и стереометрии:

- ученики не понимают, какие математические действия необходимо выполнить, чтобы решить задачи;
- ученики допускают вычислительные ошибки;
- у учеников недостаточно развиты наглядные геометрические представления.

Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ) выделил четыре группы выпускников по результатам ЕГЭ. Выпускники первой группы – слабо подготовленные. Они набрали 0–6 баллов и не достигли минимального балла, их результат соответствует отметке «2» по пятибалльной шкале. Вторая группа – средне подготовленные школьники. Набрали 7–11 баллов, что соответствует отметке «3». Третья группа – хорошо подготовленные ученики. Они набрали 12–16 баллов, результат соответствует отметке «4». Четвертая группа – отлично подготовленные. Набрали 17–20 баллов, что соответствует отметке «5».

По данным ФИПИ, в ЕГЭ-2018 с заданием 8 справились менее 20 процентов выпускников – средне и слабо подготовленных учеников, с заданиями 13, 15, 16 – менее 10 процентов. Подробнее – смотрите диаграмму 1.

Диаграмма 1. Результаты ЕГЭ-2018 по математике базового уровня

Среди выпускников, которые сдавали математику профильного уровня на ЕГЭ-2018, также можно выделить четыре группы. Первая – слабо подготовленные ученики. С заданиями 14, 16 в этой группе справились 2 процента учеников, с заданиями 6 и 8 – 50 процентов. Подробнее – диаграмма 2.

Диаграмма 2. Результаты ЕГЭ-2018 по математике профильного уровня

Какие умения школьников и когда проверить, чтобы подготовить к ЕГЭ по математике

Подготовку к сдаче ЕГЭ важно разбить на элементарные составляющие. Поэтому в III и IV четвертях учебного года педагог математики учит [выполнять чертежи](#) и [решать задачи на построение](#) на протяжении всего курса геометрии и объясняет, как [работать с условиями задач](#) в курсе алгебры.

Чертежи к задаче ученики составляют раньше 7-го класса, но именно в 7-м классе чертежи становятся обязательными в курсе геометрии. В идеале учитель должен закрепить умение строить чертеж именно в 7-м классе. В погоне за количеством решенных задач класс и учитель могут увлечься решением на готовых чертежах. Но готовые чертежи не научат школьников строить чертежи самостоятельно. Поэтому на уроках проверьте, могут ли ученики выполнить чертежи сами.

Совет

запланируйте курс внеурочной деятельности по черчению, чтобы ученики выполнили задания по стереометрии и планиметрии.

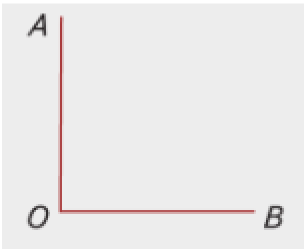
Когда учитель показывает, как рисовать чертеж, он должен обратить внимание школьников на два важных момента:

– нужно полагаться на условие задачи, а не на чертеж. Первая фраза, которую ученики говорят, когда строят чертеж: «По рисунку видно, что…». Необходимо сразу пресекать подобные высказывания учеников, так как информацию нужно извлекать из условия, оценка иллюстрации может быть ошибочной;

Пример

Пример ошибки

Учитель: «Посмотрите на рисунок. Данный угол прямой?»



Ученик: «Да, прямой».

Учитель: «Рисунок врет. Угол не прямой, а лишь близкий к прямому – 89 градусов. Чтобы утверждать, что угол прямой, необходимо либо знать это из условия задачи, либо доказать логически, но сам по себе рисунок не может являться доказательством».

– нужно работать с чертежом. Ученики могут говорить, что чертеж не нужен, и стараться решать без него. На начальном этапе, когда учитель рассматривает с ними простые задачи, чертеж действительно может не понадобиться. Но со временем задачи усложняются, поэтому надо учить школьников постоянно работать с чертежом. Учитель должен регулярно напоминать: все, что узнаем по ходу решения задачи, – сразу отмечаем на чертеже, проводим новые отрезки, указываем градусные меры найденных углов, отмечаем точки.

Ученики должны уметь делать построения и понимать, что они строят. Проверьте, чтобы одним из требований педагога к работам, когда ученики выполняют построения, была аккуратность чертежей.

Совет

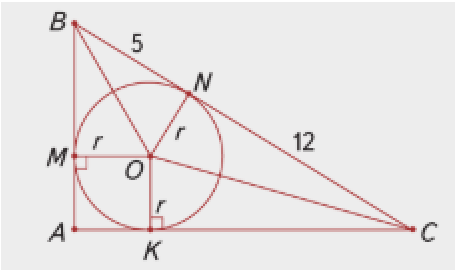
хорошую базу для выполнения задач на построение дают уроки черчения. Но черчение не является обязательным учебным предметом. Если в школе есть кружок черчения, желательно, чтобы его посещали все ученики, кто рассчитывает правильно решить задачи второй части ЕГЭ по математике. Именно черчение поможет учителю математики научить класс строить сечения многогранников, опускать высоту и проводить другие необходимые линии внутри фигуры. Поэтому, если такого кружка нет, запланируйте его на новый учебный год уже сейчас и объясните всем родителям на родительских собраниях, для чего он нужен.

Как научить класс работать с условием задачи, подробно описано в учебнике алгебры для 7-го класса под редакцией А.Г. Мордковича (глава 1). Педагог обязательно должен проговаривать с учениками, какие элементарные условия они видят. Также ученики должны уметь формулировать требования задачи.

Пример

Пример работы с условием задачи

В прямоугольном треугольнике точка касания вписанной окружности делит гипотенузу на отрезки длиной 5 см и 12 см. Найти катеты треугольника.



Решение. В этой задаче можно выделить такие элементарные условия:

1. Треугольник, о котором идет речь в задаче, прямоугольный.

2. В этот треугольник вписана окружность.

3. Точка касания окружности с гипотенузой делит ее на два отрезка.

4. Длина одного из этих отрезков равна 5 см.

5. Длина другого отрезка равна 12 см.

Требование этой задачи можно разбить на два пункта:

- найти длину одного катета треугольника;
- найти длину другого катета треугольника.

Что учесть в плане ВШК

Когда будете планировать ВШК, проверьте подготовку к ЕГЭ не только выпускников, но и всех школьников с 5-го по 9-й класс. По математике базового уровня 13 из 20 заданий ЕГЭ относятся к курсу основной школы, а оставшиеся семь – затрагивают базовые знания математики 5–9-х классов.

Пример

Пример 1. Решение задачи и контрольные точки

Ребро SA пирамиды SABC перпендикулярно плоскости основания ABC. Докажите, что высота пирамиды, проведенная из точки A, делится плоскостью, проходящей через середины ребер AB, AC и SA, пополам.

<table>
<tr><th>Как решить</th><th>Что должен знать ученик</th><th>В каком классе обратить внимание</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Пусть AH – искомая высота. Проведем SK, отметим точку H ∈ SK. Проведем AK</td><td>Работа с условием задачи</td><td>1–11-е</td></tr>
<tr><td>Построение чертежа</td><td>7–11-е</td></tr>
<tr><td>Составление математической модели</td><td>7–11-е</td></tr>
<tr><td>Способ решения – выдвижение гипотезы</td><td>5–11-е</td></tr>
<tr><td>Способ решения – выдвижение гипотезы</td><td>10-й</td></tr>
<tr><td>Как провести высоту в стереометрических задачах</td><td>10-й</td></tr>
<tr><td>Построение сечения многогранника (отрезки SK и AK – сечение пирамиды плоскостью SAH)</td><td>8-й</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Поскольку T и N – середины AC и AB соответственно, то TN – средняя линия треугольника ABC. Тогда TN делит AK на две равные части. Поэтому MF – средняя линия треугольника SKA, она делит AH на две равные части</td><td>Средняя линия треугольника, ее свойства</td><td>1–11-е</td></tr>
<tr><td>Пространственное воображение</td><td>1–11-е</td></tr>
</table>

Пример

Пример 2. Решение задачи и контрольные точки

Ребро *SA* пирамиды *SABC* перпендикулярно плоскости основания *ABC*. Найдите расстояние от вершины *A* до этой плоскости, если $SA = \sqrt{5}$, $AB = AC = 5$, $BC = 2\sqrt{5}$.

<table>
<tr><th>Как решить</th><th>Что должен знать ученик</th><th>В каком классе обратить внимание</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Поскольку AB = AC, то треугольник ABC – равнобедренный. Зная, что SA ⊥ (ABC), имеем SA ⊥ AB. Тогда треугольники SAC и SAB равны по двум сторонам и углу между ними, значит SC</td><td>Равнобедренный треугольник, определение</td><td>7-й</td></tr>
<tr><td>Признаки равенства</td><td>7-й</td></tr>
</table>

= SB, следовательно, треугольник SCB – равнобедренный	треугольников	
	Теорема о трех перпендикулярах	10-й
Так как $AC = AB$, $AH \perp (CBS)$, следовательно, $HC \perp AH$, $AH \perp HB$, тогда $HC = HB$. Значит, точка H принадлежит серединному перпендикуляру к CB, то есть SK, так как SK – медиана, высота и биссектриса равнобедренного треугольника. Тогда $SK = \sqrt{5}$, AK – биссектриса, медиана и высота равнобедренного треугольника ABC. По теореме Пифагора $AK = 2\sqrt{5}$	Теоремы о прямой, перпендикулярной плоскости	10-й
	Срединный перпендикуляр	7-й
	Медиана, биссектриса, высота	7-й
	Свойства равнобедренного треугольника	7-й
Поскольку $SA \perp (ABC)$, $SA \perp AK$. Тогда по теореме Пифагора $SK = 5$. Имеем $SK^2 = SK \times SH$, то есть $SH = 1$. Тогда $HK = 4$, следовательно, $AH = 2$. Тогда искомое расстояние равно 1. Ответ: б) 1	Теорема Пифагора	8-й

Нельзя научить одиннадцатиклассника решать стереометрические задачи, если отсутствуют навыки работы с задачами вообще. Максимум, что может учитель сделать, – помочь запомнить типовые решения. Поэтому так важно проверять подготовку к ЕГЭ уже с 5-го класса.