

Как подготовить школьников к ОГЭ по математике



Ирина Воинова, доцент кафедры естественно-научного образования ГБУ ДПО Республики Мордовия «Центр непрерывного повышения профессионального мастерства педагогических работников – "Педагог 13.РУ"»

Из рекомендации вы узнаете, [как пройдет ОГЭ по математике](#), [что изменили в КИМ](#), [как организовать подготовку к ОГЭ по математике](#), [как научить школьников выполнять новые форматы заданий по алгебре](#) и [задачи по геометрии](#).

Как пройдет ОГЭ по математике

Что изменили в КИМ. В 2020 году в КИМ ОГЭ по математике появился новый блок практико-ориентированных заданий 1–5. Подробнее о том, [как научить школьников выполнять новые форматы заданий по алгебре](#), читайте ниже. Также изменились порядок и количество заданий в блоках. Распределение заданий по блокам в 2019 и 2020 году смотрите в таблице ниже.

Обоснование

Часть работы	Название блока	Название раздела	Количество заданий в 2019 году	Количество заданий в 2020 году
Часть 1	Алгебра	Числа и вычисления	3	7
		Алгебраические выражения	3	2
		Уравнения и неравенства	2	2
		Числовые последовательности	1	1
		Функции и графики	2	1
		Координаты на прямой и плоскости	–	1
		Статистика и теория вероятностей	3	1
	Геометрия		6	5
Часть 2	Алгебра	Уравнения и неравенства	1	2
		Функции и графики	1	1
		Алгебраические	1	-

В новых КИМ убрали текстовую задачу на проценты, задание на чтение диаграмм, сократили количество задач на статистику и теорию вероятности. Из второй части убрали задание на алгебраические выражения. Количество заданий по геометрии уменьшилось с девяти до восьми. [Как научить школьников выполнять задачи по геометрии](#), читайте ниже.

Посмотрите в примере ниже распределение тем по заданиям.

Пример

Тематика заданий КИМ ОГЭ-2020

1. Практико-ориентированная задача.
2. Простейшие типовые задачи.
3. Прикладная геометрия: площадь.
4. Прикладная геометрия: расстояние.
5. Выбор оптимального варианта.
6. Числа и вычисления.
7. Числовые неравенства, координатная прямая.
8. Числа, вычисления и алгебраические выражения.
9. Уравнения, неравенства и их системы.
10. Статистика, вероятности.
11. Графики функций.
12. Арифметические и геометрические прогрессии.
13. Алгебраические выражения.
14. Расчеты по формулам.
15. Уравнения, неравенства и их системы.
16. Треугольники, четырехугольники, многоугольники и их элементы.
17. Окружность, круг и их элементы.
18. Площади фигур.
19. Фигуры на квадратной решетке.
20. Анализ геометрических высказываний.
21. Алгебраические выражения, уравнения, неравенства и их системы.
22. Текстовые задачи.
23. Функции и их свойства. Графики функций.
24. Геометрическая задача на вычисление.
25. Геометрическая задача на доказательство.
26. Геометрическая задача повышенной сложности.

Других изменений в ОГЭ по математике нет. Экзамен пройдет по прежним правилам. Работа содержит 26 заданий разного уровня сложности и состоит из двух частей.

Часть 1 содержит 20 заданий базового уровня с кратким ответом и состоит из трех блоков: план участка, модуль «Алгебра» и модуль «Геометрия». Каждый правильный ответ принесет выпускнику 1 первичный балл.

Часть 2 содержит шесть заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом и состоит из двух блоков: модуль «Алгебра» и модуль «Геометрия». Каждое задание части 2 оценивается в два первичных балла.

Максимальное количество баллов за ОГЭ по математике – 32 балла. Минимальный результат – 8 баллов при условии, что из них не менее 2 баллов получено за решение заданий по геометрии. ФИПИ рекомендует проводить перевод первичных баллов в оценку по таблице (ссылка на методические рекомендации).

Количество баллов	Отметка
0–7	2
8–14	3
15–21	4
22–32	5

Как организовать подготовку к ОГЭ по математике

Для успешной сдачи экзамена по математике важно провести работу с педагогами, довести до их сведения изменения в структуре КИМ. Посетите заседания методического объединения. Посоветуйтесь с педагогами, чтобы разобраться в критериях оценивания на реальных работах, регулярно работать на уроках устно. Устная работа поможет школьнику сконцентрировать внимание на определении метода решения задач, запомнить алгоритмы решения. Проанализируйте с учителями статистику выполнения заданий. Обратите внимание на разбор заданий по геометрии. Составьте и раздайте учителям памятки по подготовке к ОГЭ по математике.

Пример

Памятка для учителя по подготовке к ОГЭ по математике

1. Отрабатывайте вычислительные навыки. Больше всего ошибок у выпускников именно в вычислениях.
2. Развивайте навыки устной и письменной математической речи. Просите комментировать решение задач.
3. Учите письменно обосновывать решения. Ученик должен уметь выстраивать алгебраическую модель с опорой на теоремы, свойства, признаки.
4. Разделения на модули «Алгебра» и «Геометрия» в КИМ нет. Для сдачи экзамена ученику важно получить 2 балла по геометрии. Это задания 16, 17, 18, 19, 20, 24, 25, 26.

5. Используйте наглядный способ записи условий задач. Решение любой геометрической задачи начинается с чертежа.

Как научить школьников выполнять новые форматы заданий по алгебре

Посетите уроки и проверьте, как педагоги разбирают новые задания ОГЭ. Чтобы выполнить задания 1–5, необходимо отработать умения школьников применять математические знания в практической деятельности и повседневной жизни:

- читать план, распознавать условные обозначения;
- знать формулы для вычисления площади элементарных фигур;
- уметь определять расстояния между точками;
- находить оптимальные решения посредством простейших арифметических вычислений;
- представлять величину в различных единицах измерения.

Раздайте учителям памятки, которые помогут выстроить работу с практико-ориентированными задачами. Ниже смотрите готовый образец памятки.

Памятка для учителя «Что учесть в работе с заданиями № 1–5»

ПАМЯТКА для учителей

Что учесть в работе с заданиями № 1–5

Учитывайте три подхода в подготовке
Следите за тем, чтобы ученики пересчитывали клетки. Рассмотрите с учениками стандартные вычисления площадей по клеткам. Добавьте логические задачи «с подвохом».

Тренируйте учеников на создание математической модели
При работе с текстом задачи требуйте от учеников объяснять рассуждения в обе стороны: от текста к математической модели и обратно.

Проводите математические диктанты
Чтобы ученики применяли и понимали математические модели, включите в урок пятиминутный математический диктант. Он поможет ученикам воспринимать на слух терминологию математики.

Показывайте интересный математический материал
Добавьте в урок демонстрацию одного-двух математических приемов, которые облегчают работу с вычислениями и анализом.

[Скачать](#)

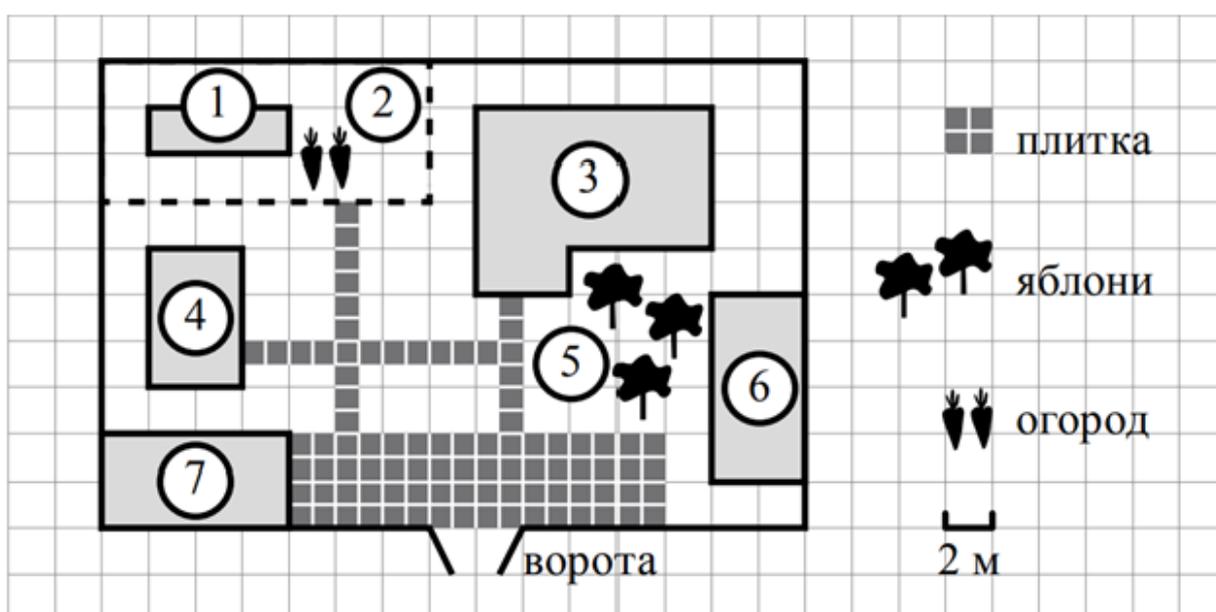
Задания 1–5

К заданиям 1–5 в КИМ дается общее условие. Это схема участка на клетчатой бумаге. От ученика потребуются внимательность и базовые математические знания и умения, чтобы выполнить пять заданий по одному условию. Все вопросы логически связаны между собой.

Пример

Пример общего условия к заданиям 1–5

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1×1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

Задание 1

Задание проверит умение девятиклассника читать план, распознавать условные обозначения и определять масштаб. Чтобы получить 1 балл, нужно указать все четыре цифры в правильной последовательности.

Пример

Пример задания 1 и решения

Задание 1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырех цифр.

Объекты	жилой дом	сарай	баня	теплица
Цифры				

Решение. Нужно соотнести номер объекта на плане с его названием, записать ответ в виде последовательности цифр во второй строке таблицы.

Правильный ответ: 3461.

Что сделать учителю. Сформировать понятие «схема», разобрать условные обозначения схем плана участка, отработать навыки словесного описания схемы, а также умений находить объекты по словесному описанию.

Задание 2

Задание проверяет умение представлять величину в различных единицах измерения. Ученик должен уметь находить приближения чисел с недостатком и с избытком. Правильный ответ оценивается в 1 балл.

Пример

Пример задания 2 и решения

Задание 2. Тротуарная плитка продается в упаковках по 4 штуки. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Решение. Нужно вычислить длину отрезка, учесть масштаб изображения.

1 клетка = 2 плитки.

Площадь между баней и гаражом составляет: $4 \times 16 = 64$ плитки.

Площадь дорожки внутри участка: $5 + 6 + 3 = 14$ клеток = 28 плиток.

Но две плитки посчитаны два раза, то есть на тротуары ушло 26 плиток. Всего: $26 + 64 = 90$ плиток.

$90 : 4 = 22,5$, то есть 2 полные упаковки плитки и еще 2 плитки.

Правильный ответ: 23.

Что сделать учителю. Научить вычислять площадь предмета по заданным характеристикам, проводить преобразования алгебраических выражений. Научить решать примеры на округление с избытком.

Задание 3. Задание проверяет знание формул вычисления площади разных геометрических фигур и умение переводить разрядные единицы.

Пример

Пример задания 3 и решения

Задание 3. Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение.

$3 \times 5 + 2 = 17$ клеток – площадь дома; 1 клетка = 4 кв. м,

17×4 кв. м = 68 кв. м.

Ответ: 68.

Что сделать учителю. Сформировать понятие площади многоугольников и умения применять формулы для вычисления их площади. Отработать навыки вычисления площади различных плоских фигур при помощи палетки.

Задание 4

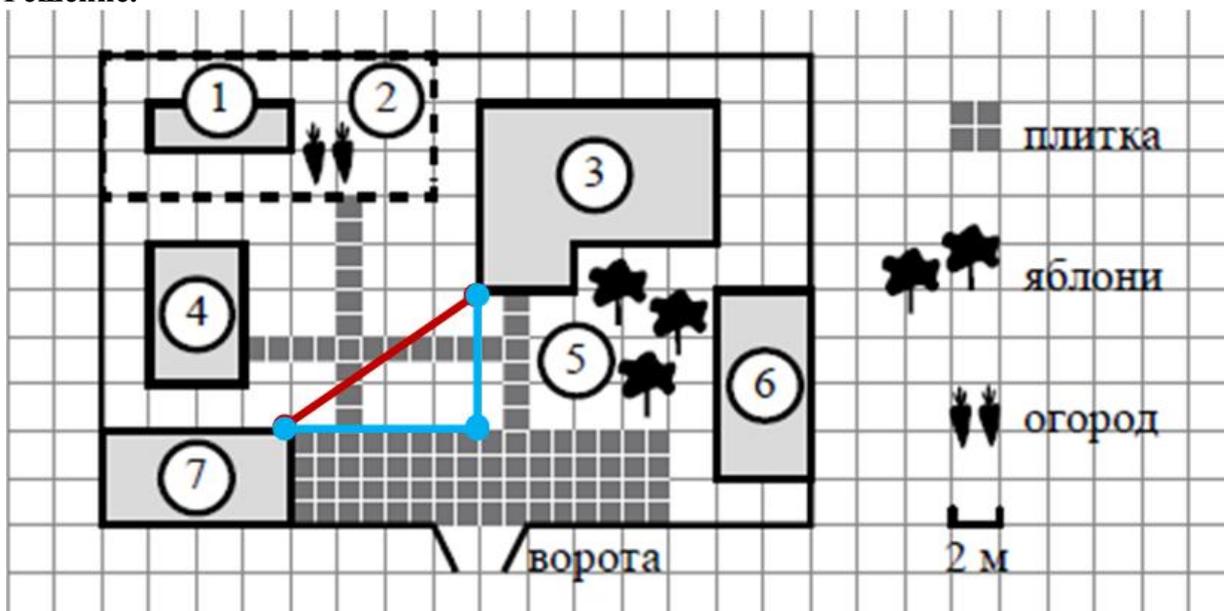
Задание проверяет знание прикладной геометрии, умение применять формулы вычисления расстояния. Ученик должен уметь решать несложные практические расчетные задачи, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

Пример

Пример задания 4 и решения

Задание 4. Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.

Решение.



На рисунке наименьшее расстояние между домом и гаражом – это гипотенуза (красный отрезок) прямоугольного треугольника.

Расстояние

=

$$\sqrt{(3 \cdot 2)^2 + (4 \cdot 2)^2} = 10 \text{ м}$$

Ответ: 10.

Что сделать учителю. Сформировать понятие расстояния между точками, научить находить кратчайшее расстояние между объектами по схеме, отработать типы задач на применение теоремы Пифагора.

Задание 5

Задание проверяет умение находить оптимальные решения посредством простейших арифметических вычислений. Ученик должен уметь решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов. Правильный ответ оценивается в 1 балл.

Пример

Пример задания 5 и решения

Задание 5. Хозяин участка планирует устроить в жилом доме зимнее отопление. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котел)	Прочее оборудование и монтаж	Средний расход газа/средняя потребляемая мощность	Стоимость газа/электроэнергии
Газовое отопление	24 тыс. руб.	18 280 руб.	1,2 куб. м/ч	5,6 руб./куб. м
Электрическое отопление	20 тыс. руб.	15 000 руб.	5,6 кВт	3,8 руб./кВт ч

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разность в стоимости установки газового и электрического отопления?

Решение. Стоимость газового оборудования: $24\ 000 + 18\ 280 = 42\ 280$ руб.

Стоимость электрического оборудования: $20\ 000 + 15\ 000 = 35\ 000$ руб.

Разность стоимости газового и электрического оборудования:

$$42\ 280 - 35\ 000 = 7280 \text{ руб.}$$

Стоимость использования газа за час: $5,6 \times 1,2 = 6,72$ руб.

Стоимость использования электричества за час: $3,8 \times 5,6 = 21,28$ руб.

Разность стоимости за использование электричества и газа каждый час (экономия в час): $21,28 - 6,72 = 14,56$ руб.

Число часов непрерывной работы отопления: $7280 : 14,56 = 500$ часов.

Ответ: 500.

Что сделать учителю. Рассмотреть основные величины, разобрать действия над величинами, отработать действия над величинами в условиях вычисления оптимального решения. Научить выполнять вычисления и преобразования, строить и исследовать простейшие математические модели.

Как научить школьников выполнять задачи по геометрии

Чтобы сдать экзамен, выпускник должен получить не менее 2 баллов за модуль «Геометрия». Это блоки заданий 16–20 и 24–26. Посетите уроки геометрии и проверьте, как педагоги готовят девятиклассников к заданиям ОГЭ.

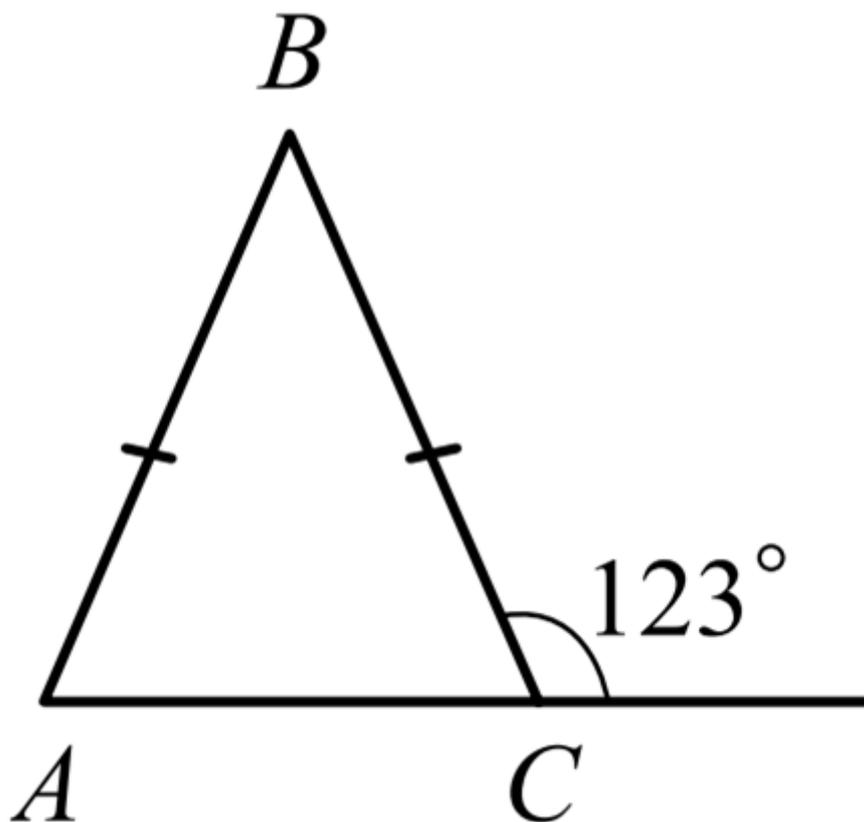
Задание 16

Задание проверяет знания геометрических свойств треугольников, четырехугольников, многоугольников и их элементов. Ученик должен уметь описывать реальные ситуации на языке геометрии, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин. Правильный ответ оценивается в 1 балл.

Пример

Пример задания 16 и решения

Задание 16. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла BAC . Ответ дайте в градусах.



Решение. По теореме о сумме углов равнобедренного треугольника и свойстве смежных углов: $BAC = C = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$.

Ответ: 57.

Что сделать учителю. Научить находить неизвестные элементы геометрических фигур, применять теорему Пифагора. Научить исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем.

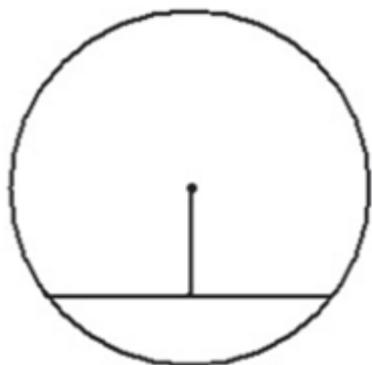
Задание 17

Задание проверяет знания свойств окружности, круга и их элементов, умение использовать их для вычисления, выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Задание оценивается в 1 балл.

Пример

Пример задания 17 и решения

Задание 17. Найдите длину хорды окружности радиусом 13, если расстояние от центра окружности до хорды равно 5.



Решение. Построим треугольник AOB – равнобедренный. $OB \perp AC$, так как по условию OB – расстояние от центра окружности O до хорды AC . Значит, треугольник AOB – прямоугольный. По теореме Пифагора: $AB^2 = AO^2 - OB^2 = 13^2 - 5^2 = (13 - 5) \times (13 + 5) = 8 \times 18 = 144$.

Значит, $AB = 12$, а $AC = 2AB = 24$.

Ответ: 24.

Что сделать учителю. Отработать понятия «хорда», «диаметр», «радиус» окружности. Рассмотреть взаимосвязь элементов окружности, формулы для вычисления вписанных и центральных углов.

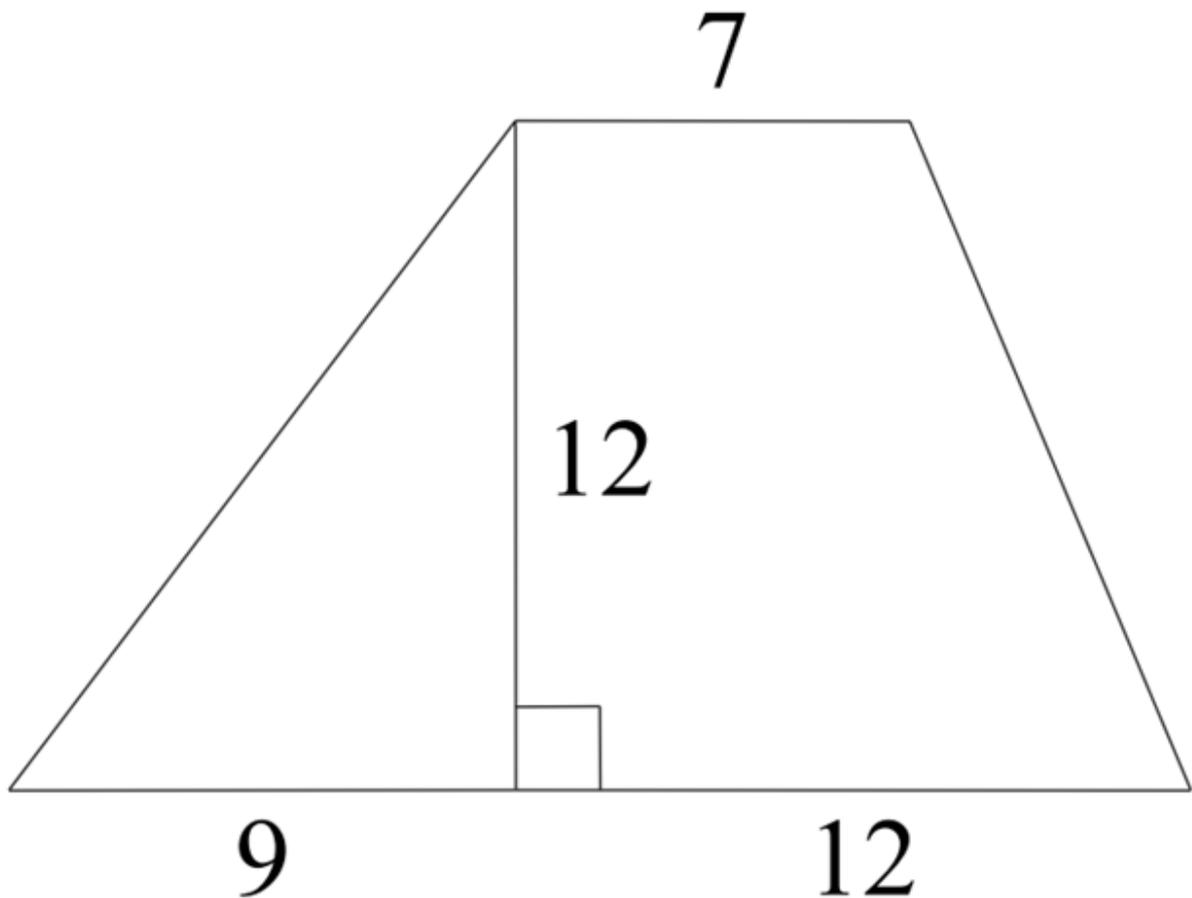
Задание 18

Задание проверяет знания формул для вычисления площади плоских фигур. Ученик должен уметь распознавать геометрические фигуры на плоскости, различать их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры, выполнять чертежи по условию задачи. Задание оценивается в 1 балл.

Пример

Пример задания 18 и решения

Задание 18. Найдите площадь трапеции, изображенной на рисунке.



Решение. Площадь трапеции: $S = (9 + 12 + 7) : 2 \times 12 = 168$.

Ответ: 168.

Что сделать учителю. Научить применять формулы для нахождения площади геометрических фигур, разбивать фигуры на части. Повторить темы «Параллелограмм, его свойства и признаки», «Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки», «Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция».

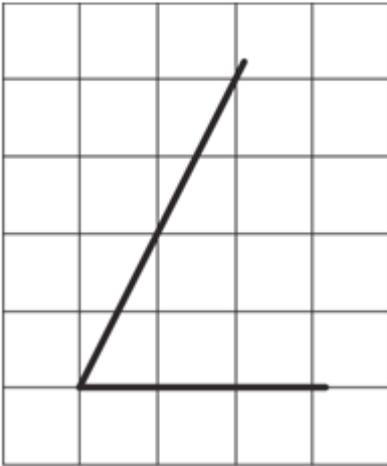
Задание 19

Задание проверяет знания свойств геометрических фигур на квадратной решетке. Ученик должен уметь проводить операции над векторами. Задание оценивается в 1 балл.

Пример

Пример задания 19 и решения

Задание 19. Найдите тангенс острого угла, изображенного на рисунке.



Решение. Построим прямоугольный треугольник ABC.

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{2} = 2$$

Ответ: 2.

Что сделать учителю. Отработать навыки вычисления величин с учетом квадратной решетки. Научить исследовать построенную модель с использованием геометрических понятий и теорем.

Задание 20

Задание проверяет знания свойств элементарных фигур и признаков их распознавания. Ученик должен уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения. Задание оценивается в 1 балл.

Пример

Пример задания 20 и решения

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) В любом параллелограмме есть два равных угла.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Первое утверждение основано на аксиоме параллельных прямых. Слово «можно» используется в смысле необходимого условия для существования прямой, проходящей через точку, не лежащую на данной прямой, и ей параллельной. Это верное утверждение.

Во втором утверждении надо использовать теорему о неравенстве треугольника и его сторон: каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон. Проверим выполнение трех неравенств: $1 < 2 + 4$ – верно, $2 < 1 + 4$ – верно, $4 < 1 + 2$ – неверно. Значит, треугольника со сторонами 1, 2 и 4 не существует. Второе утверждение неверно.

Третье утверждение основано на свойствах параллелограмма, в данном случае это свойство о равенстве противоположных углов любого параллелограмма. Значит, третье утверждение верно.

Ответ: 13 или 31.

Что сделать учителю. Систематизировать теоремы и формулы, которые применяются при решении задач по планиметрии. Научить представлять предложенные положения в графическом виде. Уметь находить неверные суждения с помощью рисунка.

Задание 24

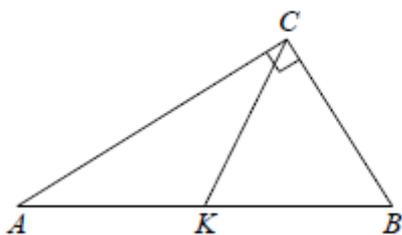
Задание проверяет знания свойств элементарных плоских фигур для нахождения геометрических величин. Относится к повышенному уровню сложности, оценивается в 2 балла.

Пример

Пример задания 24 и решения

Задание 24. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение. Построим чертеж.



Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы, так как прямой угол C является углом, вписанным в окружность, который опирается на хорду – диаметр этой окружности.

Медиана $CK = AK = BK$ – радиусы описанной окружности около треугольника ABC .

$$CK = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{6^2 + 8^2} = 5$$

Ответ: 5.

Что сделать учителю. Сформировать умение готовить чертежи по данным условиям задачи. Отработать навыки построения дедуктивных рассуждений. Обратит внимание на полноту объяснения математических действий.

Задание 25

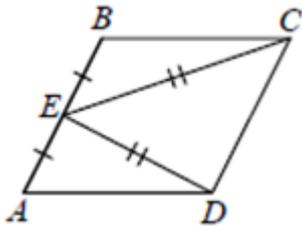
Задание проверяет умение строить цепочку дедуктивных рассуждений при доказательстве утверждений. Ученик должен уметь решать практические задачи, сравнивать шансы наступления случайных событий. Относится к повышенному уровню и оценивается в 2 балла.

Пример

Пример задания 25 и решения

Задание 25. В параллелограмме ABCD точка E – середина стороны AB. Известно, что EC = ED. Докажите, что данный параллелограмм – прямоугольник.

Решение. Построим чертеж.



Доказательство. Прямоугольником является параллелограмм с прямыми углами. Докажем, что в параллелограмме прямые углы. Рассмотрим треугольники CBE и ADE, они равны по трем сторонам ($EC = ED$, $AE = EB$ – по условию, $BC = AD$ как противоположные стороны параллелограмма). Следовательно углы CBE и DAE равны. Углы CBE и DAE являются односторонними при параллельных BC и AD и секущей AB.

Значит, $CBE + DAE = 180^\circ$ и $CBE = DAE = 90^\circ$. Параллелограмм, имеющий один прямой угол уже является прямоугольником. Что и требовалось доказать.

Что сделать учителю. Научить строить чертеж по условию задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения. Научить оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и статистики.

Задание 26

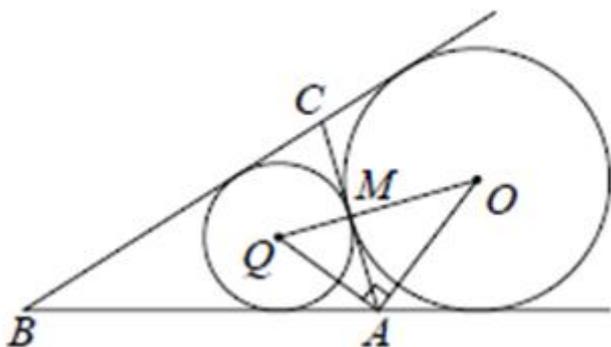
Задание проверяет знание свойств элементарных плоских фигур для нахождения геометрических величин. Ученик должен уметь описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем.

Пример

Пример задания 26 и решения

Задание 26. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение. Построим чертеж.



1. Обозначим центры окружностей через O и Q , M – точка касания этих окружностей, значит, OM и QM перпендикулярны касательной AC . Треугольник ABC – равнобедренный по условию, центр вписанной в треугольник окружности лежит на биссектрисе BM , которая является и медианой, значит, $AM = CM$.
2. Угол MAQ равен углу BAQ , так как AQ – часть биссектрисы угла BAC . Угол MAO равен углу OAP (острые углы равных по гипотенузе и катету прямоугольных треугольников MOA и AOP). Значит, угол QAO равен половине развернутого угла BAQ , то есть угол $QAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOQ – прямоугольный.
3. В прямоугольном треугольнике AOQ имеет место соотношение: $AM = MQ \cdot MO$. Следовательно, радиус R окружности, вписанной в треугольник ABC , равен:

$$R = MQ = \frac{AM^2}{MO} = \frac{\left(\frac{1}{2}AC\right)^2}{MO} = \frac{36}{8} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.

Что сделать учителю. Сформировать умение готовить чертежи по данным условиям задачи. Рассмотреть задачи на «достраивание» чертежа. Отработать навыки построения дедуктивных рассуждений.

© Материал из Справочной системы «Завуч»

<https://1zavuch.ru>

Дата копирования: 13.04.2020